

Подготовка учащихся к ЕГЭ по информатике и ИКТ

Анализ заданий, вызвавших затруднения в 2020 году

БЕЛЯНЧЕВА СВЕТЛАНА ЮРЬЕВНА,
ГЛАВНЫЙ СПЕЦИАЛИСТ ИНФОРМАЦИОННОГО ЦЕНТРА
ГАУ ДПО ЯО ИРО

Содержательные разделы курса информатики и икт

2020, 2021

Информация и её кодирование

Моделирование и компьютерный эксперимент

Системы счисления

Логика и алгоритмы

Элементы теории алгоритмов

Программирование

Архитектура компьютеров и компьютерных сетей

Обработка числовой информации

Технологии поиска и хранения информации

Изменения в КИМ ЕГЭ в 2021 году по сравнению с 2020 годом

2020

- ▶ Часть 1 содержала 23 задания:
12 базового уровня,
10 повышенного уровня и
1 высокого уровня сложности.
- ▶ Часть 2 содержала 4 задания:
1 повышенного уровня,
3 высокого уровня сложности.
- ▶ Максимальное количество
баллов - 35

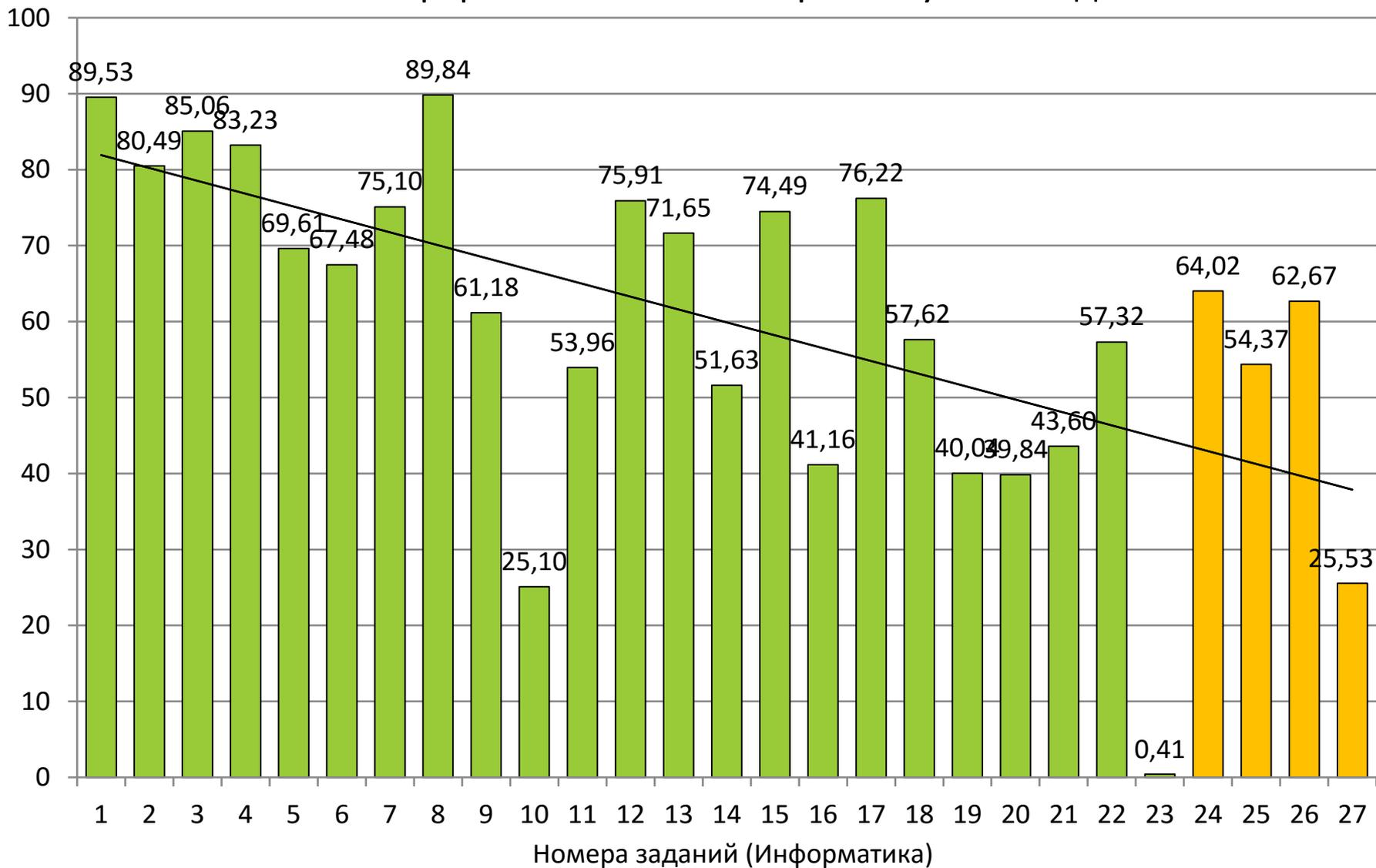
2021

- ▶ 27 заданий: 10 базового, 13
повышенного, 4 высокого
уровня сложности.
- ▶ Экзамен проводится с
использованием компьютеров
- ▶ Максимальное количество
баллов - 30

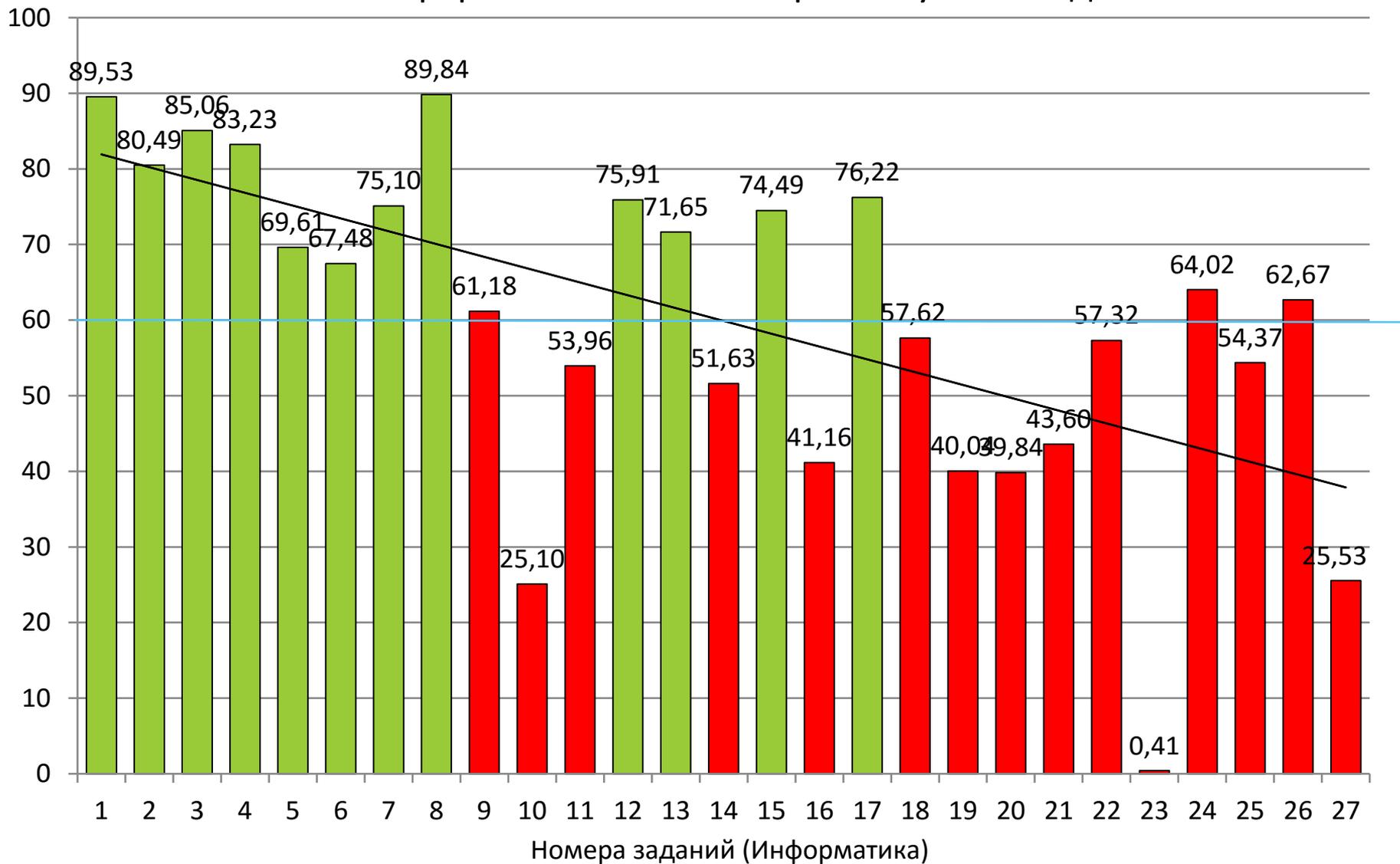
Что изменилось?

1. Экзамен проводится с использованием компьютеров. При выполнении заданий доступны на протяжении всего экзамена текстовый редактор, редактор электронных таблиц, системы программирования.
2. Многие задания КИМ прошлых лет убраны (1, 7, 9.2, 12, 17, 19, 21, 23, 24 и 25 в старой нумерации).
3. Добавлены новые практические задания, которых не было в КИМ предыдущих лет (задания 10, 18 и 26 нового КИМ). Новое задание 18 – двумерная задача на динамическое программирование.
4. При выполнении некоторых заданий (9, 10, 18, 24, 26, 27) используются дополнительные файлы, входящие в КИМ.
5. Некоторые теоретические задания можно решить с помощью программы.
6. Задание 26 по теории игр превратилось в три задания 19, 20 и 21.
7. В заданиях на программирование нет языка Бэйсик.

Средний процент выполнения заданий ЕГЭ по учебному предмету «Информатика и ИКТ» по региону 2020 год



Средний процент выполнения заданий ЕГЭ по учебному предмету «Информатика и ИКТ» по региону 2020 год



Результаты ЕГЭ в соответствии с особенностями КИМ по учебному предмету «Информатика и ИКТ»

| № | Уровень | Проверяемые элементы содержания | Процент выполнения по региону | | | | |
|----|---------|---|-------------------------------|--------------|------------|------------|-------------|
| | | | средний | < мин. балла | до 60 т.б. | 61-80 т.б. | 81-100 т.б. |
| 10 | Б | Знание о методах измерения количества информации | 25,1 | 1,4 | 7,0 | 23,6 | 53,0 |
| 16 | П | Знание позиционных систем счисления | 41,2 | 0,0 | 13,0 | 41,1 | 82,7 |
| 19 | П | Работа с массивами (заполнение, считывание, поиск, сортировка, массовые операции и др.) | 40,0 | 0,0 | 12,0 | 41,7 | 78,9 |
| 20 | П | Анализ алгоритма, содержащего цикл и ветвление | 39,8 | 0,0 | 9,9 | 42,8 | 78,9 |
| 21 | П | Умение анализировать программу, использующую процедуры и функции | 43,6 | 0,0 | 7,7 | 46,7 | 89,8 |
| 23 | В | Умение строить и преобразовывать логические выражения | 0,4 | 0,0 | 0,4 | 0,0 | 1,1 |
| 25 | В | Умение составить алгоритм и записать его в виде простой программы (10–15 строк) на языке программирования | 54,4 | 0,7 | 10,2 | 67,9 | 98,1 |
| 27 | В | Умение создавать собственные программы (30–50 строк) для решения задач средней сложности | 25,5 | 0,0 | 2,0 | 20,9 | 64,0 |

Низкие результаты 2020 года

| Тема | 2020 | 2021 |  |
|-----------------------------|------|------|---|
| Информация и ее кодирование | 10 | 8 | |
| Системы счисления | 16 | 14 | |
| Логика и алгоритмы | 19 | - | |
| | 23 | - | |
| Элементы теории алгоритмов | 20 | 22 | |
| | 25 | - | |
| Языки программирования | 21 | - | |
| | 27 | 27 | + |

2 часть, задания «С»

| № задания | Проверяемые элементы содержания | Средний балл | Отклонение |
|-----------|---|--------------|------------|
| 24 | Умение прочесть фрагмент программы на языке программирования и исправить допущенные ошибки | 64,3 | 0,1 |
| 25 | Умение составить алгоритм и записать его в виде простой программы (10–15 строк) на языке программирования | 54,9 | 4,5 |
| 26 | Умение построить дерево игры по заданному алгоритму и обосновать выигрышную стратегию | 63,5 | 6,5 |
| 27 | Умение создавать собственные программы (30–50 строк) для решения задач средней сложности | 25,9 | 7,9 |

Задание № 10

10

Все 4-буквенные слова, в составе которых могут быть буквы Н, О, Т, К, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИК
3. ИИИН
4. ИИИО
5. ИИИТ
6. ИИКИ

...

Под каждым номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы О?

В слове L букв

n_1 вариантов выбора первой буквы,
 n_2 вариантов выбора второй буквы ...

каждая буква может быть
выбрана n способами.

Число возможных слов

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_L$$

$$N = n^L$$

Задание № 10. Решение

10

Все 4-буквенные слова, в составе которых могут быть буквы И, О, Т, К, И, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1.

Ниже приведено начало списка.

1. ИИИИ
2. ИИИК
3. ИИИН
4. ИИИО
5. ИИИТ
6. ИИКИ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы О?

1 способ. Системы счисления.

5-ная СС: И – 0, К – 1, Н – 2, О – 3, Т – 4.

Слово, которое начинается с О: $3000_5 = 375_{10}$

Слово ОИИИ стоит на 376 месте.

2 способ. Формулы.

На 1 месте И – 125 способов

На 1 месте К – 125 способов.

На 1 месте Н – 125 способов.

Всего 375 вариантов.

Слово, которое начинается с О стоит на 376 месте.

Задание № 10

Сколько существует десятичных шестизначных чисел, в которых все цифры различны и никакие две чётные или две нечётные цифры не стоят рядом?

Решение:

1) число не начинается с 0;

2) если 1 цифра четная: $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 2880$ чисел

3) если 1 цифра нечетная: $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 3600$ чисел

4) $2880 + 3600 = 6480$

Ответ: 6480.

Задание № 16

16

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:
 $4^8 + 2^8 - 8?$

Последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N .

Две последние цифры – это остаток от деления на N^2

Для любой системы счисления с основанием a :

число a^N в системе счисления с основанием a записывается как единица и N нулей:

$$a^N = \underbrace{10\dots 0}_N_a$$

Задание № 16

16

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:
 $4^8 + 2^8 - 8?$

Число $a^N - 1$ в системе счисления с основанием a записывается как N старших цифр этой системы счисления, то есть, цифр $(a-1)$:

$$a^N - 1 = \underbrace{(a-1)(a-1)\dots(a-1)}_N a$$

Число $a^N - a^M = a^M \cdot (a^{N-M} - 1)$ записывается в системе счисления с основанием a как $N-M$ старших цифр этой системы счисления, за которыми стоят M нулей:

$$a^N - a^M = \underbrace{(a-1)\dots(a-1)}_{N-M} \underbrace{0\dots0}_M a$$

Задание № 16. Решение

16

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:
 $4^8 + 2^8 - 8?$

1. Перевести числа в 2-чную СС (представить как степень числа 2)
2. Расставить числа в порядке убывания степеней.
3. Посчитать разность.
4. Посчитать сумму.
5. Посчитать единицы.

$$2^{16} + 2^8 - 2^3 = 2^{16} + \underbrace{1..1}_5 \underbrace{0..0}_3 = 1 \underbrace{0..0}_8 \underbrace{1..1}_5 \underbrace{0..0}_3$$

$$1 + 5 = 6$$

Задание № 16 (№ 14 в 2021). Решение

16

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения:
 $4^8 + 2^8 - 8$?

| | A | B | |
|---|---------------------------|---|--|
| 1 | $=4^8+2^8-8$ | | |
| 2 | $=\text{ОСНОВАНИЕ}(A1;2)$ | | |
| 3 | | | |

```
•Program1.pas*
var kol, x: integer;
|
begin
  x := 4*4*4*4*4*4*4*4+2*2*2*2*2*2*2*2-8;
  kol:=0;
  while x>0 do
  begin
    if x mod 2 = 1 then kol:= kol+1;
    x:= x div 2;
  end;
  write(kol);
end.
```

<

Окно вывода

6

Задание № 19

19 В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 11. Значения элементов равны 20, 19, 17, 41, 23, 12, 24, 16, 4, 13, 6, 15 соответственно, т.е. $A[0] = 20$, $A[1] = 19$ и т.д. Определите значение переменной s после выполнения следующего фрагмента этой программы (записанного ниже на пяти языках программирования).

Паскаль

```
s := 0;
n := 0;
for i := 0 to 11 do
  if A[i] <= A[n] then
    begin
      s := s + i;
      t := A[i];
      A[i] := A[n];
      A[n] := t
    end;
```

Задание № 20

20

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наименьшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 6, а потом 7.

Паскаль

```
var x, L, M: integer;
begin
  readln(x);
  L := 0;
  M := 0;
  while x > 0 do
  begin
    M := M + 1;
    if x mod 2 = 0 then
      L := L + 1;
    x := x div 2;
  end;
  writeln(L);
  writeln(M);
end.
```

Перевод чисел в другие системы счисления.

Операции целочисленного деления (div) и взятия остатка (mod).

Операторы присваивания, циклы и условные операторы в языке программирования.

Задание № 20. Решение

20

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Укажите наименьшее число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала 6, а потом 7.

Паскаль

```
var x, L, M: integer;
begin
  readln(x);
  L := 0;
  M := 0;
  while x > 0 do
  begin
    M := M + 1;
    if x mod 2 = 0 then
      L := L + 1;
    x := x div 2;
  end;
  writeln(L);
  writeln(M);
end.
```

В цикле происходит перевод числа x в 2-чную систему счисления.

$M = 7$. Это количество цифр в числе.

$L = 6$. Это количество нулей в двоичном числе.

Наименьшее 7-значное число с 6-ю нулями в двоичной системе счисления

$$1000000_2 = 2^6 = 64_{10}.$$

Задание № 20 (№ 22 2021). Решение

20

Ниже на пяти языках программирования записан алгоритм. Получив на вход число x , этот алгоритм печатает два числа: L и M . Число x , при вводе которого алгоритм печатает сначала

Паскаль

```
var x, L, M: integer;
begin
  readln(x);
  L := 0;
  M := 0;
  while x > 0 do
  begin
    M := M + 1;
    if x mod 2 = 0 then
      L := L + 1;
    x := x div 2;
  end;
  writeln(L);
  writeln(M);
end.
```

•Program1.pas*

```
var x, M, L, i: integer;
begin
  for i:=1 to 100 do begin
    x:=i;
    L:=0;
    M:=0;
    while x>0 do
      begin
        M:=M+1;
        if x mod 2 =0 then
          L:=L+1;
        x:=x div 2;
      end;
    if (L=6) and (M=7) then
      writeln(i, ' ', L, ' ', M);
    end;
  end.
```

<

Окно вывода

64 6 7

Задание № 21

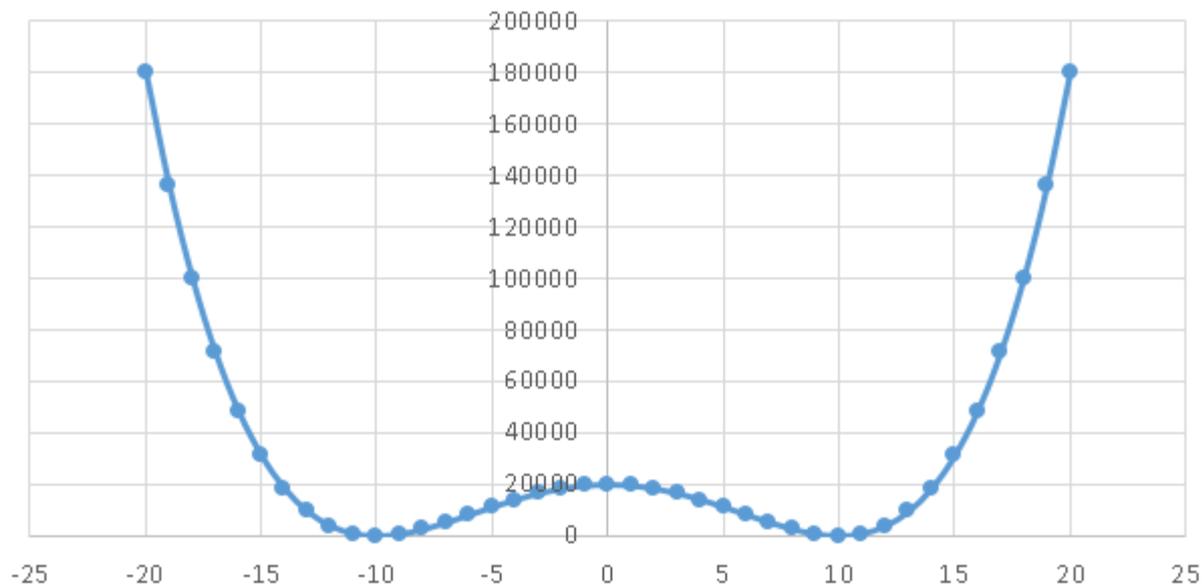
21

Напишите в ответе число, которое будет выведено в результате выполнения следующего алгоритма. Для Вашего удобства алгоритм представлен на пяти языках программирования.

Паскаль

```
var a, b, t, M, R: longint;
function F(x: longint): longint;
begin
    F := 2 * (x * x - 100) * (x * x - 100) + 5;
end;
begin
    a := -20; b := 20;
    M := a; R := F(a);
    for t := a to b do begin
        if (F(t) < R) then begin
            M := t;
            R := F(t)
        end
    end;
    write(M + 27)
end.
```

Задание № 21. Решение



$$F_{\min} = 5 \text{ при } t = \pm 10$$

Строгое неравенство $F(t) < R$ не позволяет изменить значение аргумента, поэтому $M = -10$, а программа выведет 17

Задание № 23

23

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$(\neg (x_1 \equiv y_1)) \equiv (x_2 \equiv y_2)$$

$$(\neg (x_2 \equiv y_2)) \equiv (x_3 \equiv y_3)$$

...

$$(\neg (x_7 \equiv y_7)) \equiv (x_8 \equiv y_8)$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_8, y_1, y_2, \dots, y_8$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Задание № 23

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_5, y_1, y_2, \dots, y_6$, которые удовлетворяют всем приведенным ниже условиям?

$(x_i \wedge y_j \rightarrow x_i \wedge y_{j+1}) \wedge (x_i \wedge y_j \rightarrow x_{i+1} \wedge y_j) = 1$ для всех натуральных i и j , таких что $i < 5$ и $j < 6$.

Ниже для Вашего удобства приведены некоторые из равенств, соответствующих этим условиям.

$$(x_1 \wedge y_1 \rightarrow x_1 \wedge y_2) \wedge (x_1 \wedge y_1 \rightarrow x_2 \wedge y_1) = 1$$

$$(x_1 \wedge y_2 \rightarrow x_1 \wedge y_3) \wedge (x_1 \wedge y_2 \rightarrow x_2 \wedge y_2) = 1$$

...

$$(x_4 \wedge y_4 \rightarrow x_4 \wedge y_5) \wedge (x_4 \wedge y_4 \rightarrow x_5 \wedge y_4) = 1$$

$$(x_4 \wedge y_5 \rightarrow x_4 \wedge y_6) \wedge (x_4 \wedge y_5 \rightarrow x_5 \wedge y_5) = 1$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_5, y_1, y_2, \dots, y_6$, удовлетворяющих условию задачи. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Задание № 23. Решение 1

$$(x_i \wedge y_j \rightarrow x_i \wedge y_{j+1}) \wedge (x_i \wedge y_j \rightarrow x_{i+1} \wedge y_j) = 1$$

1) Если $x_i \wedge y_j = 0$ при всех $i < 5, j < 6$, то соответствующие наборы x_i, y_j являются решением. Это возможно при

$\langle x_1, \dots, x_4 \rangle = \langle 0, \dots, 0 \rangle$ (x_5, y_1, \dots, y_6 произвольные): $2^{(6+1)} = 128$ решений или

$\langle y_1, \dots, y_5 \rangle = \langle 0, \dots, 0 \rangle$ (y_6, x_1, \dots, x_5 произвольные): $2^{(5+1)} = 64$ решения.

Наборы, когда $\langle x_1, \dots, x_4 \rangle = \langle 0, \dots, 0 \rangle$ и $\langle y_1, \dots, y_5 \rangle = \langle 0, \dots, 0 \rangle$ мы посчитали дважды, таких наборов 4, значит, имеется: $128 + 64 - 4 = 188$ разных решений, при которых $x_i \wedge y_j = 0$ для всех $i < 5$ и $j < 6$.

2) Пусть $x_i = 1$ для некоторого $i < 5$, и пусть i_0 – минимальный такой индекс.

Пусть $y_j = 1$ для некоторого $j < 6$, и пусть j_0 – минимальный такой индекс.

Тогда $x_i = y_j = 0$ при $i < i_0, j < j_0$.

По условию $x_i = y_j = 1$ при $i \geq i_0, j \geq j_0$, то есть для любой пары $\langle i_0, j_0 \rangle$, $i_0 < 5$, $j_0 < 6$ имеется ровно одно решение. Таких пар $(5 - 1) \times (6 - 1) = 20$.

Объединяя оба случая, имеем: $188 + 20 = 208$.

Ответ: 208.

Задание № 23. Решение 2

$$(x_i \wedge y_j \rightarrow x_i \wedge y_{j+1}) \wedge (x_i \wedge y_j \rightarrow x_{i+1} \wedge y_j) = 1$$

Исходя из определений конъюнкции и импликации, наборы вида $\langle 0, 0, 0, 0, *, *, *, *, *, * \rangle$ и $\langle *, *, *, *, *, *, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$, где “*” могут быть как нулём, так и единицей – являются решениями, при этом все конъюнкции $x_i \wedge y_j = 0$ при всех $i < 5, j < 6$.

Наборы вида $\langle 0, 0, 0, 0, 0, *, 0, 0, 0, 0, * \rangle$ мы посчитали дважды, таких наборов 4. Итак, имеем: $2^7 + 2^6 - 4 = 128 + 64 - 4 = 188$ наборов.

Теперь подсчитаем количество наборов, где для x_i и y_j сначала идет подряд некоторое количество нулей (возможно, нулевое), затем – подряд ненулевое количество единиц, например $\langle 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1 \rangle$. Исходя из определений конъюнкции и импликации, такие наборы тоже являются решениями.

$$(5 - 1) \times (6 - 1) = 20.$$

Объединяя оба случая, имеем: $188 + 20 = 208$.

Исходя из определений конъюнкции и импликации, других решений нет.

Ответ: 208.

Задание № 24

24

На обработку поступает натуральное число, не превышающее 10^9 . Нужно написать программу, которая выводит на экран минимальную чётную цифру этого числа. Если в числе нет чётных цифр, требуется на экран вывести «NO». Программист написал программу неправильно. Ниже эта программа для Вашего удобства приведена на пяти языках программирования.

Паскаль

```
var N,digit,minDigit: longint;
begin
  readln(N);
  minDigit := N mod 10;
  while N > 0 do
  begin
    digit := N mod 10;
    if digit mod 2 = 0 then
      if digit < minDigit then
        minDigit := digit;
    N := N div 10;
  end;
  if minDigit = 0 then
    writeln('NO')
  else
    writeln(minDigit)
end.
```

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 231.
2. Приведите пример такого трёхзначного числа, при вводе которого приведённая программа, несмотря на ошибки, выдаёт верный ответ.
3. Найдите допущенные программистом ошибки и исправьте их. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка. Для каждой ошибки:
 - 1) выпишите строку, в которой сделана ошибка;
 - 2) укажите, как исправить ошибку, т.е. приведите правильный вариант строки.

Известно, что в тексте программы можно исправить ровно две строки так, чтобы она стала работать правильно.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования.

Обратите внимание на то, что требуется найти ошибки в имеющейся программе, а не написать свою, возможно, использующую другой алгоритм решения.

Задание № 24

На обработку поступает последовательность из четырех целых неотрицательных чисел, числа могут совпадать. Нужно написать программу, которая выводит на экран количество чисел, не делящихся нацело на 3, и минимальное число, не делящееся нацело на 3. Если таких чисел нет, требуется на экран вывести «NO». Исходные числа не превышают 1000. Программист написал программу неправильно. Ниже эта программа приведена на пяти языках программирования.

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе чисел 2 19 24 3.
2. Приведите пример такой последовательности из четырех чисел, при вводе которой приведённая программа, несмотря на ошибки, выдаёт верный ответ.
3. Найдите допущенные программистом ошибки и исправьте их. Исправление ошибки должно затрагивать только строку, в которой находится ошибка. Для каждой ошибки:
 1. выпишите строку, в которой сделана ошибка;
 2. укажите, как исправить ошибку, т.е. приведите правильный вариант строки.

Задание № 25

25

Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать натуральные значения от 1 до 10 000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, который находит минимум среди элементов массива, не делящихся нацело на 6, а затем заменяет каждый элемент, не делящийся нацело на 6, на число, равное найденному минимуму. Гарантируется, что хотя бы один такой элемент в массиве есть. В качестве результата необходимо вывести изменённый массив, каждый элемент выводится с новой строки.

Например, для исходного массива из шести элементов:

14
6
11
18
9
24

программа должна вывести следующий массив:

9
6
9
18
9
24

Паскаль

```
const
    N = 30;
var
    a: array [1..N] of longint;
    i, j, k: longint;
begin
    for i := 1 to N do
        readln(a[i]);
    ...
end.
```

Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Задание № 25. Решение

25

Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать натуральные значения от 1 до 10 000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, который находит минимум среди элементов массива, не делимых нацело на 6, а затем заменяет каждый элемент, не делимый нацело на 6, на число, равное найденному минимуму. Гарантируется, что хотя бы один такой элемент в массиве есть. В качестве результата необходимо вывести изменённый массив, каждый элемент выводится с новой строки.

Например, для исходного массива из шести элементов:

14
6
11
18
9
24

программа должна вывести следующий массив:

9
6
9
18
9
24

```
k := 10001;
for i := 1 to n do
  if (a[i] mod 6 > 0) and (a[i] < k)
  then k := a[i];
for j := 1 to n do begin
  if a[j] mod 6 > 0
  then a[j] := k;
  writeln(a[j]);
end;
```

Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Задание № 25

Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать натуральные значения от 1 до 10000 включительно. Опишите на одном из языков программирования алгоритм, который находит количество элементов больших 50 и при этом оканчивающихся на 0, а затем заменяет каждый элемент, больший 50 и оканчивающийся на 0, на число, равное найденному количеству. Гарантируется, что хотя бы один такой элемент в массиве есть. В качестве результата необходимо вывести изменённый массив, каждый элемент выводится с новой строки.

Задание № 26

26

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 7 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 7)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций:

$(11, 7)$, $(30, 7)$, $(10, 8)$, $(10, 21)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 68 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 61$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т.е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

Задание 1

- Укажите все такие значения числа S , при которых Петя может выиграть за один ход.
- Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

Задание 2

Укажите такое значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3

Укажите значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

В узлах дерева указывайте позиции, на рёбрах рекомендуется указывать ходы. Дерево не должно содержать партии, невозможные при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.

Задание № 26

Два игрока Петя и Вася играют в следующую игру. У игроков написана пара неотрицательных чисел (позиция). Игроки ходят по очереди. За один ход игрок может в любое число в позиции заменить их суммой. Игра завершается в тот момент, когда сумма чисел пары становится не менее 36. Победителем считается игрок, сделавший последний ход.

Задача включает три задания.

Задание 1.

Перед первым ходом Пети позиция $(9, S)$. Укажите минимальное S , такое что Петя может выиграть одним ходом.

Задание 2.

Для начальной позиции $(5, 11)$ укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию.

Задание 3.

Для начальной позиции $(3, 6)$ укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Необходимо построить дерево (в виде рисунка или таблицы) всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии.

Задание № 26 (№ 19, 20, 21 2021)

19

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 5)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: $(11, 5)$, $(20, 5)$, $(10, 6)$, $(10, 10)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 77. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 77 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было семь камней, во второй куче – S камней; $1 \leq S \leq 69$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т.е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

20

Для игры, описанной в предыдущем задании, найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

21

Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Задание № 27

27

На вход программы поступает последовательность из n целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности a_i и a_j , такие что $i < j$ и $a_i > a_j$ (первый элемент пары больше второго; i и j – порядковые номера чисел в последовательности входных данных). Среди пар, удовлетворяющих этому условию, необходимо найти и напечатать пару с максимальной суммой элементов, которая делится на $m = 120$. Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задётся количество чисел n ($2 \leq n \leq 12\,000$).

В каждой из последующих n строк записано одно целое положительное число, не превышающее 10 000.

В качестве результата программа должна напечатать элементы искомой пары. Если таких пар несколько, можно вывести любую из них. Гарантируется, что хотя бы одна такая пара в последовательности есть.

Задание 27

На вход программы поступает последовательность из N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары элементов последовательности, у которых разность четна и по крайней мере один элемент делится нацело на 33. Среди пар, удовлетворяющих этому условию, необходимо найти и напечатать пару с максимальной суммой элементов. Если среди найденных пар максимальную сумму имеют несколько, то можно напечатать любую из них. Если такой пары нет, надо вывести два нуля.

Можно сдать одну программу или две программы решения задачи (например, одна из программ может быть менее эффективна), каждая из них должна оцениваться независимо от другой.

Задание 27 (№ 27 2021)

27

Имеется набор данных, состоящий из пар положительных целых чисел. Необходимо выбрать из каждой пары ровно одно число так, чтобы сумма всех выбранных чисел не делилась на 3 и при этом была максимально возможной. Гарантируется, что искомую сумму получить можно. Программа должна напечатать одно число – максимально возможную сумму, соответствующую условиям задачи.

Входные данные.

Даны два входных файла (файл A и файл B), каждый из которых содержит в первой строке количество пар N ($1 \leq N \leq 100000$). Каждая из следующих N строк содержит два натуральных числа, не превышающих 10 000.

Пример организации исходных данных во входном файле:

```
6
1 3
5 12
6 9
5 4
3 3
1 1
```

Для указанных входных данных значением искомой суммы должно быть число 32.

В ответе укажите два числа: сначала значение искомой суммы для файла A , затем для файла B .

Предупреждение: для обработки файла B не следует использовать переборный алгоритм, вычисляющий сумму для всех возможных вариантов, поскольку написанная по такому алгоритму программа будет выполняться слишком долго.

Выводы. Достаточный уровень освоения:

Знание основных конструкций языка программирования, понятия переменной, оператора присваивания

Знание о системах счисления и двоичном представлении информации в памяти компьютера

Умение представлять и считывать данные в разных типах информационных моделей (схемы, карты, таблицы, графики и формулы)

Знание о файловой системе организации данных или о технологии хранения, поиска и сортировки информации в базах данных

Умение осуществлять поиск информации в сети Интернет

Знание базовых принципов организации и функционирования компьютерных сетей, адресации в сети

Знание технологии обработки информации в электронных таблицах и методов визуализации данных с помощью диаграмм и графиков

Выводы. Достаточный уровень освоения:

Умение представлять и считывать данные в разных типах информационных моделей (схемы, карты, таблицы, графики и формулы)

Умение подсчитывать информационный объем сообщения

Умение кодировать и декодировать информацию

Формальное исполнение алгоритма, записанного на естественном языке или умение создавать линейный алгоритм для формального исполнителя с ограниченным набором команд

Умение прочесть фрагмент программы на языке программирования и исправить допущенные ошибки

Умение построить дерево игры по заданному алгоритму и обосновать выигрышную стратегию

Умение определять скорость передачи информации при заданной пропускной способности канала, объем памяти, необходимый для хранения звуковой и графической информации

Выводы. Недостаточный уровень освоения:

Умение создавать собственные программы (30–50 строк) для решения задач средней сложности

Знание о методах измерения количества информации

Умение строить и преобразовывать логические выражения



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

С.С. Крылов

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
для учителей, подготовленные
на основе анализа типичных ошибок
участников ЕГЭ 2020 года

по **ИНФОРМАТИКЕ** и ИКТ

http://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2020/Informatika_mr_2020.pdf